

JOSEP BONFILL

Hijos de la geometría



EDICIONES OBELISCO

Si este libro le ha interesado y desea que le mantengamos informado de nuestras publicaciones, escríbanos indicándonos qué temas son de su interés (Astrología, Autoayuda, Psicología, Artes Marciales, Naturismo, Espiritualidad, Tradición...) y gustosamente le complaceremos.

Puede consultar nuestro catálogo en www.edicionesobelisco.com

Colección Estudios y Documentos

HIJOS DE LA GEOMETRÍA

Josep Bonfill

1.ª edición: enero de 2024

Maquetación: *Juan Bejarano*

Corrección: *M.ª Jesús Rodríguez*

Diseño de cubierta: *Enrique Iborra*

© 2024, Josep Bonfill

(Reservados todos los derechos)

© 2024, Ediciones Obelisco, S. L.

(Reservados los derechos para la presente edición)

Edita: Ediciones Obelisco, S. L.
Collita, 23-25. Pol. Ind. Molí de la Bastida
08191 Rubí - Barcelona - España
Tel. 93 309 85 25 - Fax 93 309 85 23
E-mail: info@edicionesobelisco.com

ISBN: 978-84-1172-098-4

DL B 21911-2023

Impreso en Gràfiques Martí Berrio, S. L.
c/ Llobateres, 16-18, Tallers 7 - Nau 10. Polígono Industrial Santiga
08210 - Barberà del Vallès - Barcelona

Printed in Spain

Reservados todos los derechos. Ninguna parte de esta publicación, incluido el diseño de la cubierta, puede ser reproducida, almacenada, transmitida o utilizada en manera alguna por ningún medio, ya sea electrónico, químico, mecánico, óptico, de grabación o electrográfico, sin el previo consentimiento por escrito del editor. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

ÍNDICE

Reflexión preliminar	11
----------------------------	----

PRIMERA PARTE

ORÍGENES	15
Una memoria lejana	17
Semilla de la Vida	19
Flor de la Vida	21
Matriz de la Vida	23
Fractalidad	26
Semilla de la Vida 3D	32
Concepto de Cero	41
Concepto de Infinito	44
Geometría del Sistema Numérico	48
SECUENCIA DE GEOMETRÍAS	59
Tetraedro	61
Matriz de la Geometría 3D	64
Octaedro	78
Cuboctaedro	88
Estrella Tetráedrica o Merkaba	97
Hexaedro (Cubo)	102
Entrelazamiento Merkaba/Hexaedro/Octaedro/Tetraedro	105
Cubo de Metatrón	108
Expansión de la Matriz 3D	112
Icosaedro	120
Dodecaedro	129
Entrelazamiento Icosaedro/Dodecaedro	134

EXPANSIÓN ESPIRAL	143
Proporción Áurea	145
Espirales de Bernoulli	156
Espirales de Goodson	161
Torsor de Goodson	168
Camino de la 4D	173
Vórtice de Goodson	183
Campo Toroidal	191

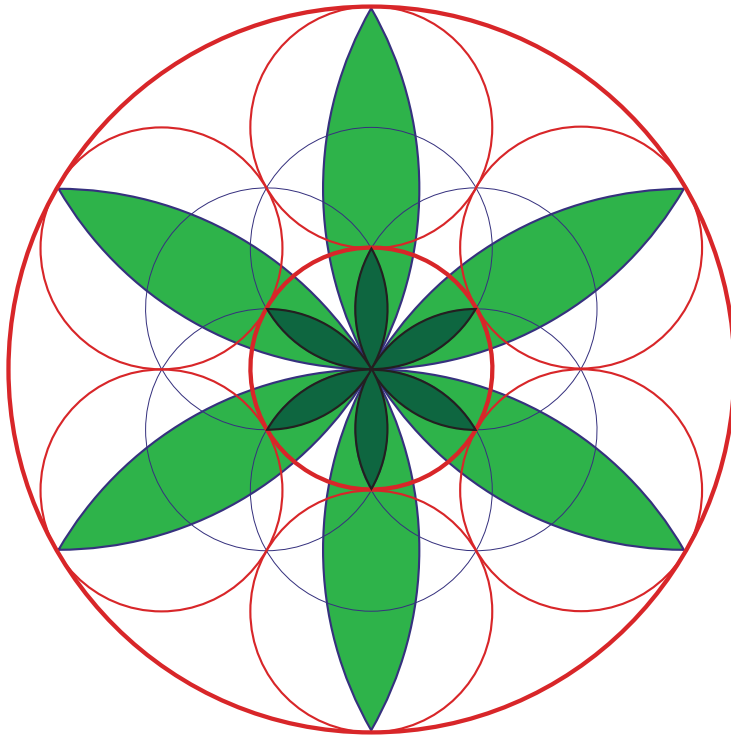
SEGUNDA PARTE

RESUMEN y CONCLUSIONES FINALES	203
Escala Poliédrica de Goodson	205
Generador de Goodson	219
Otras dimensiones	226
Vida eterna	239
Bibliografía y enlaces web	249

Gracias a Pilar, con su paciencia infinita,
la verdadera columna que me sostiene sobre la tierra,
y a todas las personas que a lo largo de la vida
me han conducido hasta el surgimiento de este libro.

Nada hay verdad ni mentira.
Todo es según el color
del cristal con que se mira.

«Las dos linternas» (1846)
RAMÓN DE CAMPOAMOR



Reflexión preliminar

«Los números son Dioses». Esta sentencia, atribuida a la Escuela Pitagórica de la Magna Grecia (siglos -VI/-IV), sintetiza el antiguo nexo de la Matemática con la Metafísica.

Terminé de escribir este libro el 11/11/2022 $\rightarrow 1+1+1+1+2+0+2+2 = 10 \rightarrow 1+0 = 1 \rightarrow$ Unidad.

La revisión final me llevó hasta el 21/2/2023 $\rightarrow 2+1+2+2+0+2+3 = 12 \rightarrow 1+2 = 3 \rightarrow$ Trinidad.

Justo el día de mi aniversario número 68 $\rightarrow 6+8 = 14 \rightarrow 1+4 = 5 \rightarrow$ Pentágono, y también la Estrella Pentagonal o Pentagrama, esto es, la expresión geométrica de la Proporción Áurea.

En geometría plana, la Unidad es el Punto; la Trinidad, el Triángulo; y el Pentagrama, símbolo de la filosofía Pitagórica, la síntesis geométrica asociada históricamente a la figura humana.

Además, como veremos al analizar el espacio tridimensional, las cifras 6 y 8 son respectivamente el número de vértices internos y externos de la Estrella Tetraédrica, también conocida como Merkaba.

¿Y a dónde pretendo llegar con esta especulación numerológica?... Me explicaré.

He necesitado un tiempo, tras concluir esta investigación, para estar en condiciones de proponer una reflexión que abra las puertas a la aventura mental que significa comprender hasta qué punto somos Hijos de la Geometría. Una aventura que se ha extendido prácticamente durante tres años de mi vida, contabilizados de acuerdo al tiempo lineal que rige nuestra cotidianidad mundana.

Todo comenzó con una pregunta: ¿Puede la Geometría explicar la Vida?

Y bien cierto es que al principio apenas vislumbraba por dónde me iba a conducir ese afán, ni qué conclusiones iba a desvelarme. Sí, desvelar, porque escribir este ensayo ha sido como viajar a un país desconocido y remoto, un verdadero descubrimiento.

En ocasiones he pensado que este libro ha estado ahí desde siempre, y que tan sólo esperaba a ser sacado a la luz. En este sentido, más que autor me siento mensajero.

Y me atrevo a recomendar al eventual lector que lo acometa sin expectativas, dejándose llevar.

También debo incidir en que las notas a pie de página son parte importante del texto, y no es conveniente evitar su lectura.

Tomando prestado un término cinematográfico, diría que éste es un «libro secuencia», de modo que los temas enlazan cada uno con su siguiente, adquiriendo más complejidad a medida que la argumentación va desarrollándose.

Es preciso recalcar que el tema de la geometría aplicada a la Vida no es nuevo, ni mucho menos. Como he escrito justo al inicio de este prólogo, hace al menos 2600 años ya se estudiaba esa cuestión. Siglo y medio después, Platón (-427/-347) fundamentó su cosmología en las matemáticas y la geometría. Desde entonces, la ciencia, la tecnología, la filosofía y las artes han apoyado en buena parte su desarrollo asimismo en la geometría. Y conviene también destacar que recientes imágenes obtenidas a nivel celular reafirman, de forma inequívoca, la base geométrica en la biología de nuestro mundo.

Así pues, la particularidad de la investigación que aquí presento no estriba en su temática, sino en el enfoque teórico y las nuevas relaciones que afloran en ella.

No obstante, es posible que algunos lectores consideren poco verosímil la asociación de lo que entendemos como Vida a la mera geometría.

Esta incredulidad es comprensible, y una mirada convencional sobre el mundo que los seres humanos reconocemos dentro de nosotros mismos, pongamos por ejemplo el sistema nervioso, o el circulatorio, o la disposición y formas de nuestros órganos vitales: riñones, hígado, intestinos, pulmones, corazón, cerebro..., bien parece concluir que la geometría elemental no basta para describir la realidad.

Tampoco parece haber una geometría ordenada ante nuestros ojos cuando contemplamos un paisaje, ni sobre nuestras cabezas si elevamos la mirada al cielo nocturno, donde sólo apreciamos un caos de pequeñas luces sobre un inmenso y oscuro firmamento. Un caos que numerosas escuelas cosmológicas (científicas, filosóficas, esotéricas) han pugnado a lo largo de la Historia, y pugnan todavía por comprender.

Sin embargo, dentro de ese evidente desorden surgen formas minerales, vegetales y animales cuyas apariencias contienen gran cantidad de conceptos geométricos: simetría, paralelismo, radialidad, regularidad, proporcionalidad..., así como modelos arquetípicos recurrentes: formaciones arbóreas (neuronas, rayos, corales, raíces y ramaje de los árboles), reticulares (cristales de sal, panales de abejas...), radiales (agua cristalizada, flores...), vorticiales (desarrollo de la vegetación, huracanes, galaxias...). Incluso la propia imagen del cuerpo humano, contemplada de frente o de espaldas, es notoriamente simétrica y presenta un armonioso sistema de proporcionalidades, tal como evidenciaron el arquitecto romano Marco

Vitrubio (-80/-15) y especialmente el hombre renacentista por excelencia, el gran Leonardo da Vinci (1452/1519).

De hecho, la asimilación de los fenómenos naturales a la geometría es algo que ha sido ya muy investigado. En los años setenta del siglo xx, el matemático Benoît Mandelbrot (1924/2010), basándose parcialmente en estudios de un colega antecesor, Gaston Julia (1893/1978), acuñó un término crucial para la comprensión de multitud de procesos de nuestro entorno natural, así como para el desarrollo de la tecnología contemporánea. Se trata de la «Fractalidad», un concepto que se define como la cualidad de un objeto geométrico cuya totalidad resulta de repetir indefinidamente una parte del mismo, en distintas escalas, proporciones y orientaciones.

La geometría fractal propicia la comprensión de los procesos seriales complejos, y se ha convertido en una herramienta de investigación que ha permitido lanzar nuevas hipótesis prospectivas en múltiples disciplinas científicas, así como impresionantes logros en ingeniería y arquitectura.

Asimismo, la industria del cine y las artes plásticas en general se han visto enormemente influenciadas por la creatividad derivada de ese concepto que, como veremos, está continuamente activo, explícita e implícitamente, a lo largo de este ensayo.

Cuando un arquitecto comienza a esbozar un proyecto, lo hace trazando líneas sobre un papel, o sobre una pantalla de ordenador. En su cabeza bullen las ideas, y todas ellas contienen una base geométrica: rectas, círculos, polígonos..., y después prismas, pirámides, cilindros, conos, esferas, hiperboloides, espirales..., aunque finalmente el edificio pueda ofrecer una imagen muy compleja, donde esas geometrías queden ocultas o distorsionadas.

Pero no sólo en los edificios encontramos elementos geométricos básicos por doquier, sino también en la práctica totalidad de los objetos presentes en nuestra vida cotidiana.

En todo el diseño industrial dominan las formas geométricas y la simetría. En efecto, cuando salimos a la calle, las señales de tráfico, los logotipos de las empresas que vemos anunciadas en la publicidad vial, los elementos de mobiliario urbano: bancos, farolas, fuentes, papeleras..., todos muestran geometrías simples más o menos mixtificadas. Igualmente en nuestro entorno doméstico o laboral: los platos en los que servimos la comida, los vasos y copas donde vertemos nuestras bebidas, el mobiliario que utilizamos habitualmente: sillas, mesas, estanterías... Multitud de piezas y componentes de los vehículos (aéreos, marítimos y terrestres) mediante los cuales nos desplazamos, los dispositivos digitales que continuamente llevamos con nosotros... Todo ello surge de esquemas geométricos, y está repleto de iconos nacidos de la geometría. Iconos habitualmente bidimensionales, esto es objetos planos, muchos de los cuales, como se verá, son proyecciones de figuras tridimensionales, aunque incluso quienes los usan como símbolos no suelen tener conciencia de ello.

Y todos son producto de la mente humana. Por lo tanto, cabe deducir que esa mente piensa y crea geoméricamente, y siendo el ser humano un elemento más dentro de un universo inabarcable, nuestro origen ha de ser también intrínsecamente geométrico.

Incluso, si se acepta que una mente universal crea la realidad, pienso que debe hacerlo mediante geometrías. Quizá ella misma sea pura geometría.

Unas geometrías perfectas habitan ahí, en el origen primigenio de la realidad, ocultas en una entropía multidimensional.

La pretensión del estudio que sigue a estas palabras es aportar alguna nueva luz sobre tan enrevesado tema.

JOSEP BONFILL
Febrero 2023

PRIMERA PARTE

ORÍGENES

Una memoria lejana

El profesor, tiza en mano, paseó su mirada en silencio por todos y cada uno de nuestros rostros cabizbajos, y dijo: «A ver, muchachos, ¿quién de ustedes se atreve a subir al estrado y dibujar un punto sobre la pizarra?». . . En aquellos tiempos, la mesa del profesor se posicionaba sobre un entarimado de madera de alrededor de un pie de altura, de modo que el docente disponía de una visión panorámica sobre el alumnado, lo cual le permitía captar mejor cualquier anomalía en la disciplina del grupo.

Un nuevo curso académico acababa de comenzar. Yo estaba muy motivado con esa asignatura. Cosa extraña, puesto que la mayor parte de lo que trataban de inculcarnos nuestros maestros me era generalmente indiferente. Resultaba mucho más interesante imaginar lo que haría en cuanto sonara el timbre que señalaba la hora de salir al patio: desayunar y jugar un buen rato a la pelota.

Me levanté raudo de la silla, e irguiendo el índice de mi mano izquierda, exclamé: «Yo, Mr. Longlife», que así se apellidaba aquel hombretón orondo, de rostro bonachón y una voz de trueno que amedrentaba, más que por el tono, por su volumen. «¡A ver, usted! ¿Cuál es su nombre? . . .». «Joe», respondí sin pensar. . . «Joseph», rectificué de inmediato. . . «¿Y su apellido? . . .». «Goodson, señor. . .». «Dibuje un punto sobre la pizarra, haga el favor», dijo tajante Mr. Longlife, que por cierto acataba de buen humor la mayor parte de las ocurrencias que solían hacerse sobre su apellido. No me ocurría a mí lo mismo con el mío.

Con decisión, tomé la tiza entre mis dedos y presioné fuertemente con ella el encerado, hasta conseguir una insignificante manchita blanca sobre la negra pizarra. Al cabo de los años, los encerados pasaron a ser verdes, pero el yeso ya no se deslizaba por ellos con la finura de las auténticas pizarras negras.

«¿A usted le parece que eso es un punto? . . . ¡Pero si no es NADA!», atronó Mr. Longlife. Entonces todo mi ser se precipitó como un rayo sobre el ridículo puntito, y esta vez lo remarqué sólidamente, trazando círculos insistentemente sobre el mismo lugar, hasta conseguir una mancha blanca de varios centímetros, a mi modo de ver bastante apreciable sobre el negro fondo.

Mr. Longlife me miró con condescendencia mientras me arrebatava el resto de tiza que todavía quedaba entre mis dedos.

«¡Un punto es esto!», vociferó al tiempo que una amplia sonrisa se abría en su sonrojado rostro.

Y esto fue lo que dibujó junto a mi embarullada mancha blanca: 

Un silencio monástico invadió el aula. Nadie chistó. Si el profesor lo decía, por algo debía ser, aunque todos vimos lo mismo: un signo sumatorio, si bien algunos, presos de su tradición religiosa, tal vez vieran una cruz. En cualquier caso, nadie interpretó aquello como un punto, hasta que la magistral voz sentenció: «El punto es el lugar donde se encuentran los dos segmentos que he trazado».

Nadie discutió, por supuesto, aunque íntimamente me resultó sospechoso que algo fuera definido por un concepto superior; quiero decir, que no puede haber segmento si antes no se ha definido el punto. Pero en aquella situación el debate era impensable, así que lo reservé para mis disquisiciones internas.

A partir de ahí, Mr. Longlife se desbocó, y sin previo aviso dibujó otro punto a una cierta distancia del primero. El más cerrado silencio seguía dominando el ambiente. Acto seguido, tomó de su mesa un imponente compás de madera, que en el extremo de uno de sus brazos disponía de una cavidad para colocar en ella un trozo de tiza, mientras que el otro brazo terminaba en una agresiva punta metálica. Con una habilidad inesperada el veterano profesor fijó la punta metálica sobre el primer punto que él había trazado, extendió el otro brazo del compás hasta alcanzar el segundo punto, y apoyando firmemente sobre la pizarra trazó un espléndido círculo blanco que levantó en nosotros un unánime «¡Oooohhhh!... Señores, esto es la base de toda geometría», dijo con orgullo, «y su nombre es Circunferencia». Por supuesto, jamás he olvidado esa escena.

No obstante, desde mi recién recuperada posición, diluido entre mis compañeros de clase, yo me preguntaba: «Si el Punto es NADA, ¿Cómo es que de él sale TODO!?!... Algo tiene que haber ahí, siquiera sea la potencia para expandir ese todo... ¡Pero entonces ya no sería nada!». Esa paradoja estuvo dando vueltas en mi cabeza hasta que me explicaron, y comprendí, la fractalidad.

Pero será mejor que comencemos por el principio.

Semilla de la Vida

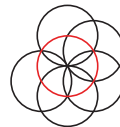
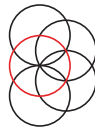
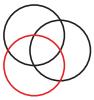
La Geometría Sagrada, o Geometría Natural, pone asimismo su foco en la Circunferencia como origen de todo lo que sigue (o su equivalente, el Círculo, es decir la superficie limitada por el perímetro de la Circunferencia).



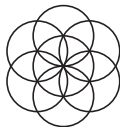
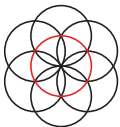
La primera acción suele derivar en el desdoblamiento de esa circunferencia trazando otra igual a ella, desplazada verticalmente, de modo que el centro de la nueva circunferencia es tangente a la inicial.



La secuencia continúa trazando sucesivamente circunferencias idénticas a las anteriores, con sus centros en los puntos de intersección que se van generando sobre la circunferencia inicial.



Finalmente queda completada la denominada SEMILLA DE LA VIDA, un conjunto de siete elementos, formado por seis circunferencias que rodean a una circunferencia originaria.



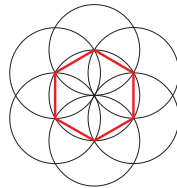
Este trazado ha propiciado múltiples asociaciones tanto de orden geométrico como espiritual.

En cuanto a la vinculación de esa imagen y sus derivaciones geométricas como símbolos en las distintas culturas y religiones, entre otras podemos citar las interpretaciones habituales del Génesis de la Biblia, ilustrando su visión sobre la Creación del Mundo en 7 días, o los Vedas del hinduismo, con su definición de los 7 Mundos, y también, conjuntamente con el budismo, los 7 Chakras principales atribuidos al cuerpo humano.

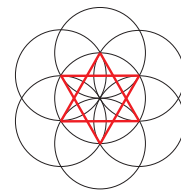
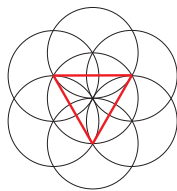
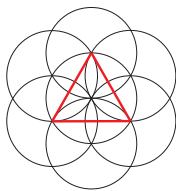
Aritméticamente se asocia también al número 7 ($6+1$).

Asimismo, a partir de ella se generan otras geometrías:

El Hexágono Regular surge uniendo sucesivamente los centros de las circunferencias exteriores.



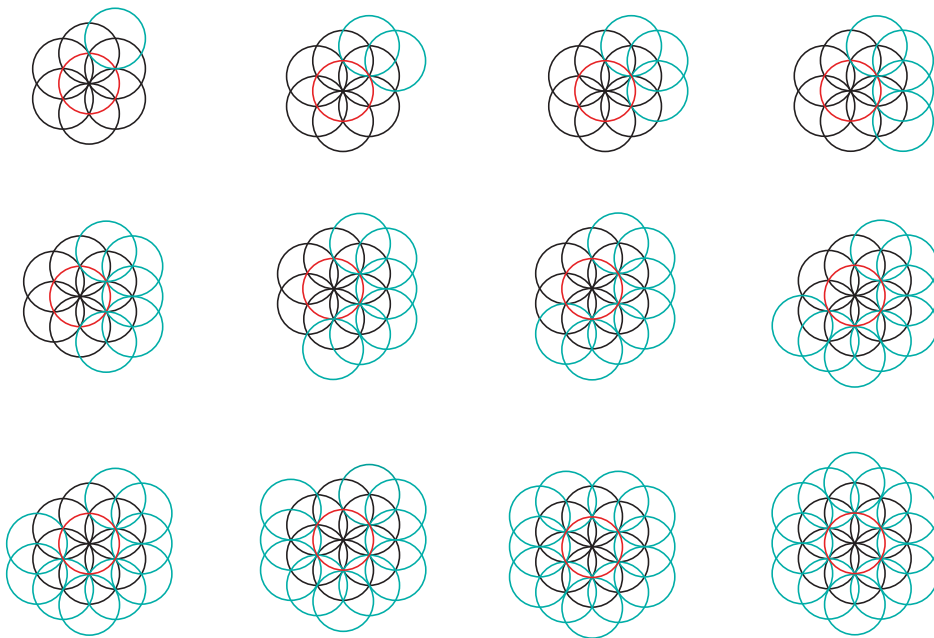
El Triángulo Equilátero aparece uniendo alternativamente los centros de tres de esas circunferencias, para lo cual existen dos opciones, que en su conjunto permiten trazar la Estrella Regular de 6 puntas.¹



1. La religión del judaísmo y el Estado de Israel denominan Estrella de David a este símbolo, y lo tienen como su distintivo principal, si bien existen indicios del mismo en otras culturas antiguas, descubiertas en diferentes lugares de nuestro planeta: India, Japón, Mesopotamia, Egipto, Etiopía, Roma, Armenia...

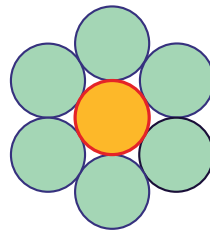
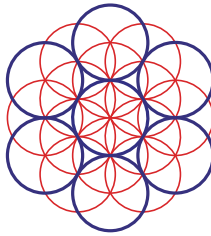
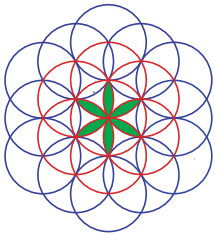
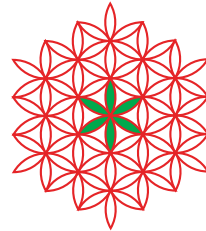
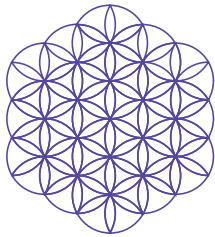
Flor de la Vida

Continuando con el discurso tradicional de la Geometría Sagrada, la Semilla de la Vida se extiende en una segunda corona de circunferencias, posicionadas con sus centros en los puntos de intersección de las de la primera corona, según la secuencia siguiente, hasta completar 12 circunferencias más, que se suman a las 7 iniciales.



Por lo tanto el conjunto equivale a $7+12 = 19$, es decir $1+9 = 10$, esto es $1+0 = 1$, la UNIDAD.

Esta geometría recibe el nombre de FLOR DE LA VIDA, y es representada con aspectos muy diversos, como por ejemplo:



Matriz de la Vida

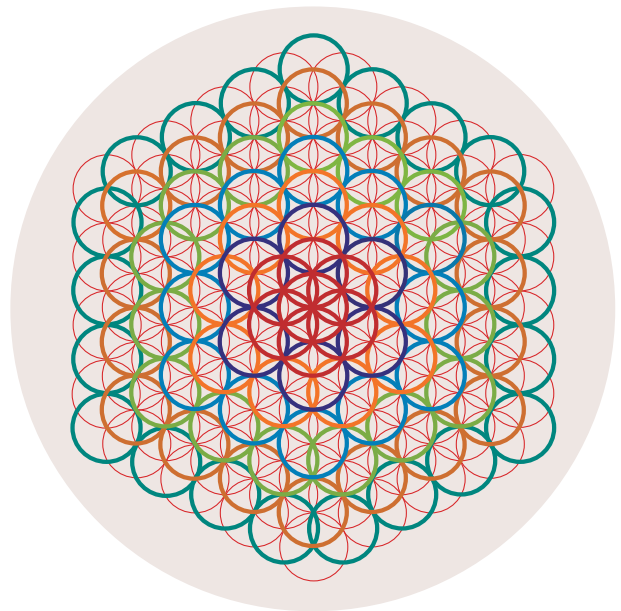
El proceso anterior puede ser repetido sucesiva e indefinidamente, de modo que en la tercera corona aparecen 18 circunferencias, 24 en la cuarta, 30 en la quinta, 36 en la sexta, etc., sumando siempre 6 nuevas circunferencias a la inmediata precedente.

Veamos ahora cuál es el número de circunferencias que aparecen a medida que la Flor de la Vida se va expandiendo.

Partiendo de la Semilla de la Vida, en la ilustración adjunta se destacan la mitad de las circunferencias de cada corona, a fin de facilitar la comprensión del conjunto, de modo que para deducir el número total en cada una de ellas, basta multiplicar por 2 las que aparecen resaltadas.

Numéricamente el resultado es como sigue:

UNIDAD	1	circunferencia
1. ^a corona	6	circunferencias
2. ^a corona	12	circunferencias
3. ^a corona	18	circunferencias
4. ^a corona	24	circunferencias
5. ^a corona	30	circunferencias
6. ^a corona	36	circunferencias
7. ^a corona	42	circunferencias



Hasta aquí alcanza el dibujo, pero expandiendo el proceso indefinidamente surge lo siguiente:

6 12 18 24 30 36 42 48 54 60 66 72 ...

que resulta ser la serie numérica formada por todos los múltiplos pares del número 3:

2×3 4×3 6×3 8×3 10×3 12×3 14×3 16×3 18×3 20×3 22×3 24×3 ...

y que reducida sumando las cifras de cada uno de ellos, ofrece la secuencia:

6 3 9 6 3 9 6 3 9 6 3 9 ...

cuya matriz es **6 3 9**, lo cual conduce a $6+3+9 = 18$, y finalmente $1+8 = 9$ donde también cabe apreciar que la suma de las dos primeras cifras es igual a la tercera ($6+3 = 9$)

Volveremos a encontrar esta tríada en las páginas finales del presente ensayo, en las que se erigirá como una clave, no sólo numérica, sino también geométrica, para la comprensión de lo que denominamos Vida.

Analicemos ese mismo proceso acumulando en cada corona las circunferencias de todas las anteriores. Así obtenemos:

UNIDAD	1	
1. ^a corona	$1+6 = 7$	SEMILLA DE LA VIDA
2. ^a corona	$1+6+12 = 19$	FLOR DE LA VIDA
3. ^a corona	$1+6+12+18 = 37$	
4. ^a corona	$1+6+12+18+24 = 61$	
5. ^a corona	$1+6+12+18+24+30 = 91$	
6. ^a corona	$1+6+12+18+24+30+36 = 127$	
7. ^a corona	$1+6+12+18+24+30+36+42 = 169$	

y así podríamos continuar indefinidamente...

La serie numérica obtenida es:

1 7 19 37 61 91 127 189 217 331 397 ...

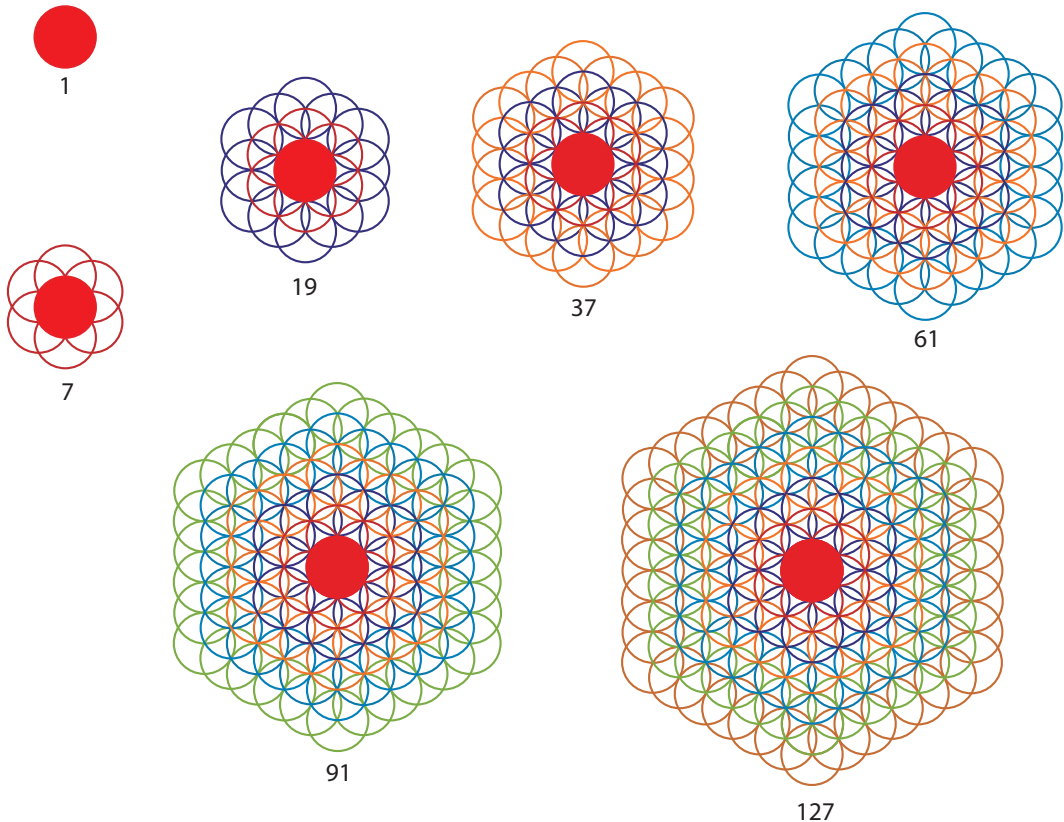
y puede ser analizada como sigue:

1 = 1
7 = 7
19 / 1+9 = 10 / 1+0 = 1
37 / 3+7 = 10 / 1+0 = 1
61 / 6+1 = 7
91 / 9+1 = 10 / 1+0 = 1
127 / 1+2+7 = 10 / 1+0 = 1
189 / 1+8+9 = 16 / 1+6 = 7
217 / 2+1+7 = 10 / 1+0 = 1

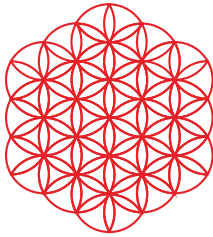
Por lo tanto la expansión de la Semilla de la Vida define la secuencia:

1 7 1 1 7 1 1 7 1 1 7 1 1 7 1 1 7 1 ...
 con matriz **1 7 1**, lo cual finalmente conduce a $1+7+1 = 9$


En consecuencia, desde la visión 2D, el número 9 puede ser considerado como la esencia de la MATRIZ DE LA VIDA.



Fractalidad



Observando atentamente el dibujo adjunto de la Flor de la Vida, vemos que hay en él una estructura gráfica que se repite indefinidamente.

Es ésta:  El efecto producido por ese proceso reiterativo lleva por nombre **FRACTALIDAD**.²

Se trata de un concepto fundamental en geometría, y tiene aplicación en múltiples disciplinas, aparte de las matemáticas (arquitectura e ingeniería, artes plásticas y decorativas, música...). Existen también innumerables muestras de ello en la Naturaleza, desde la escala atómica hasta los niveles astronómicos.

Un objeto es fractal si su apariencia global está formada por la repetición de una o más de sus partes, siendo éstas de igual tamaño o variable, manteniendo proporciones estables o no, y constituyendo un conjunto complejo.

Veamos algunos ejemplos tomados de la Naturaleza:



Col Romanesco



Ramaje arbóreo



Agua cristalizada
(fuente: tumblr.com)



Molécula de ADN
(fuente: rtve.es)

2. En el año 1975, el matemático Benoît Mandelbrot (1924/2010) acuñó el término «fractal» para referirse a determinadas geometrías que presentan una estructura básica, la cual, de forma más o menos fragmentada, se repite a diferentes escalas. Mandelbrot tomó esta denominación del latín «*fractus*», que significa 'quebrado' o 'fragmentado'.

En un sistema fractal una parte del mismo contiene la misma información que cualquier otra parte mayor o menor que ella.

«Si solamente observamos la superficie, sólo vemos complejidad. No parece haber matemática ahí», decía Mandelbrot.

Y propuso «no pensar en lo que vemos, sino en el motivo que lo causa, y entonces apreciaremos que hay orden en el aparente caos».

Asimismo definió el término «autosimilitud», para expresar que la escala del fractal aumenta por la repetición indefinida de un patrón geométrico determinado.

También es posible producir el efecto de forma parcial, cuando sólo una parte del objeto es fractalizado.

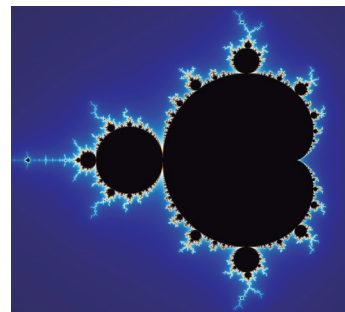
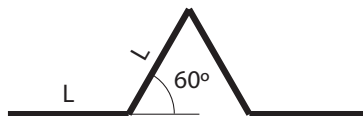
Y en un mismo objeto pueden coincidir varias fractalidades distintas, dando lugar a un todo más complejo.

Por ejemplo, muchos de los célebres «mandalas» (o «yantras»), propios de la expresión artística y espiritual del hinduismo y el budismo, aplican frecuentemente la multifractalidad.

La geometría viene aplicando el concepto de fractalidad desde mucho antes de que este término fuera postulado.

En 1904, el matemático Niels F. Helge von Koch (1870/1924) propuso una configuración geométrica bidimensional, posteriormente conocida como Estrella de Koch, o también Copo de Nieve de Koch, considerada la primera formación fractal descrita matemáticamente.³

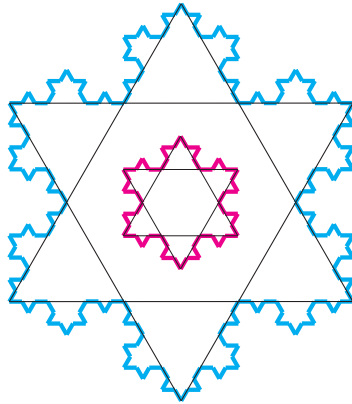
Se construye mediante la iteración de un conjunto de cuatro segmentos de igual longitud, dispuestos como se muestra a continuación, aplicando sucesivamente una rotación de $\pm 60^\circ$ entre cada módulo y sus colindantes:



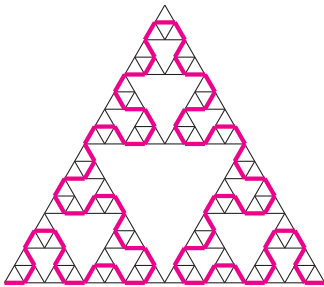
Conjunto de Mandelbrot
(fuente: wikipedia.org)

3. Las geometrías fractales, y entre ellas la formación de Koch, resultan de gran utilidad para describir estructuras de perfil complejo: cuencas hidrográficas, perfiles costeros, paisajes, ramaje arbóreo, redes neuronales, y también para la optimización de rutas de reparto de mercancías, entre otras aplicaciones.

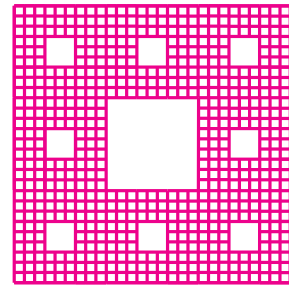
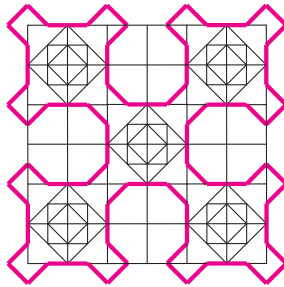
El conjunto puede ser fractalizado indefinidamente sobre un patrón sucesivo de dos triángulos equiláteros configurados como una estrella regular de seis puntas.



Unos años más tarde, el matemático Waclaw F. Sierpinski (1882/1969) desarrolló las «Curvas» que llevan su nombre, y en 1916 presentó la denominada «Alfombra de Sierpinski», que es la base 2D del conocido como «Cubo de Menger»,⁴ así como el origen conceptual de las actuales antenas de los smartphones y otros dispositivos digitales, y también de los modernos códigos QR, profusamente utilizados hoy en día para almacenar datos.



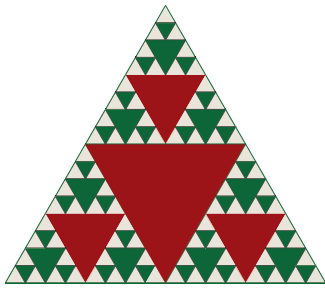
Curvas de Sierpinski



Alfombra de Sierpinski

4. En 1926, el matemático Karl Menger (1902/1988) alcanzó cierta popularidad al presentar el desarrollo tridimensional de la Alfombra de Sierpinski. Ese volumen es conocido como Cubo de Menger, o también «Espanja de Menger», nombre que recibe porque es posible fractalizarlo tridimensionalmente hacia su interior, generando espacios vacíos cúbicos cada vez más y más pequeños, en un proceso sin fin.

Nótese que eso ocurrió prácticamente 50 años antes de que Benoît Mandelbrot acuñara el término «Fractal».



La curva triangular de Sierpinski se traza sobre un patrón conocido lógicamente como Triángulo de Sierpinski.

No obstante, bien pudiera llevar por nombre «Triángulo de Trastevere», puesto que entre la deslumbrante geometría de los pavimentos de la Basílica de «Santa Maria in Trastevere», en Roma (un verdadero «festival» de simbología), el susodicho triángulo se encuentra bellamente plasmado en mármol de tres colores: grana, verde y blanco, ¡desde siete siglos antes que el matemático polaco naciera!

Lo cierto es que la fractalidad ha estado presente en todas las culturas conocidas, por lo tanto, desde muchísimo tiempo antes de haberle sido dado el nombre, y lo sigue estando actualmente.

Entre los ejemplos más antiguos cabe destacar el símbolo conocido como «Shri Yantra»,⁵ que está documentado desde el siglo -VII, aunque posiblemente se remonte hasta 1000 o 1500 años antes.

Pero, si hay una cultura que ha usado la fractalidad de forma sistemática en la arquitectura y las artes decorativas, ésa es la tradición islámica: bóvedas y arcos, mosaicos, baldosas y azulejos, estucos, vitrales y celosías, alfombras, marquetería, repujados, joyería...

No obstante, el arte islámico no tiene la exclusiva de la fractalidad, por supuesto.

Baste recordar algunos mosaicos romanos, o los pavimentos y arcos en mármol o cerámica presentes en multitud de edificios desde la época medieval hasta nuestros días, o las baldosas decorativas de cemento hidráulico que se utilizaron profusamente en España desde mediados del siglo XIX y durante más de un siglo. También el diseño textil utiliza motivos fractales, y la música, y las artes plásticas, y...

Ahora bien, es en la Arquitectura, en todos los tiempos y culturas, donde la fractalidad surge desde su propia esencia genética. La simetría, la proporción, el ritmo, la modulación y otros argumentos propios del objeto arquitectónico conducen a fractalidades más o menos manifiestas. Algunos casos destacables, entre una infinidad de ellos, podrían ser los templos de Khajuraho en la India central (siglo -IX), la cúpula del Panteón en Roma (siglo II), Santa Sofía en Estambul (siglo VI), la Gran Mezquita de Isfahan en Irán (siglo VIII), las pirámides mayas en Chichén Itzá, Tikal, Palenque... (siglos VII/XII), las catedrales góticas europeas y sus extraordinarias vidrieras en París, Chartres, Milán, León, Colonia... (siglos XII/XV), las yeserías y mosaicos de la Alhambra de Granada (siglo XIV), el mausoleo del Taj Mahal en la India

5. El «Shri Yantra» es un mandala trascendental en la tradición védica, y posteriormente en el hinduismo, que se asocia a la creación del mundo mediante los principios femenino y masculino.

y el palacio de Versalles en Francia (siglo XVII), el Museo del Louvre (siglo XVIII) y la Torre Eiffel (siglo XIX) en París, el templo de la Sagrada Familia en Barcelona, el edificio Flatiron y la Torre Chrysler en la isla de Manhattan de Nueva York (siglo XX), el estadio Allianz Arena en Múnich (siglo XXI)...

Incluso los planes de desarrollo urbano de las ciudades suelen tener características fractales. Baste como ejemplo de ello el trazado del Ensanche de la ciudad de Barcelona (siglo XIX), ideado por el ingeniero Ildefons Cerdà (1815/1876), que bien parece inspirado en el patrón cuadrado de las curvas de Sierpinski, si no fuera por la salvedad que su proyecto es 60 años anterior al planteamiento del matemático.

En nuestra vida cotidiana coincidimos continuamente con la fractalidad. Los ejemplos son innumerables, célebres algunos, anónimos muchos otros, e invito al inquieto lector a encontrarlos por doquier.

Por lo tanto, es indudable que la mente humana conduce sus pensamientos a la materialidad a través de procesos de fractalización.

La mente humana es fractal

Algunas estructuras fractales similares entre sí se producen en realidades aparentemente muy distintas.

Por ejemplo, el desarrollo de los huracanes se asemeja al de las galaxias. Lo mismo sucede entre el ramaje de los árboles y el esqueleto de los corales o el sistema nervioso animal.

Existe una multitud de otros fractales en nuestra realidad física conocida, pero ese concepto también se encuentra en el pensamiento filosófico. La Kabbalah,⁶ por ejemplo, concibe la forma del cuerpo humano como un prototipo tanto del macrocosmos como del microcosmos.



Galaxia
(fuente: Adobe Stock)



Huracán
(fuente: muyinteresante.es)

6. La Kabbalah es una escuela de pensamiento cuyos orígenes se remontan a los tiempos de la secta de los Esenios (siglos -II/I), y que desde el siglo XVIII se ha establecido como una enseñanza para la interpretación de la Torah, el libro sagrado del judaísmo.

Una definición más específica se encuentra en el *Kybalion*,⁷ concretamente en el llamado «Principio de Correspondencia», la segunda de las siete leyes universales que ahí se proponen, y que se expresa así:

**Como arriba es abajo
Como abajo es arriba**
y habitualmente se complementa:
Como afuera es adentro
y también:
Como lo grande es lo pequeño

Independientemente de la interpretación espiritual de este axioma, es evidente que está aludiendo al concepto de Fractalidad (así llamaremos aquí a ese Principio Universal), y en un lenguaje más contemporáneo podría ser reducido a:

El Universo es fractal

De hecho, el desarrollo actual de la ciencia está disolviendo cada vez más las fronteras entre las disciplinas materiales del saber y las filosóficas, de modo que la abstracción matemática en general, y la geometría en particular, pueden establecer un muy consistente nexo de unión entre materialidad y espiritualidad.

7. *Le Kybalion* es el título de un libro publicado en lengua francesa en el año 1908, firmado bajo el seudónimo «Trois Initiés» (Tres Iniciados), que se presenta como un resumen de las enseñanzas de Hermes Trismegisto (El Tres Veces Grande), un personaje concebido como imagen sincrética del dios egipcio Toth y el dios griego Hermes. Se le atribuye la autoría del «Corpus Hermeticum», unos textos esotéricos que desvelan un conocimiento del Universo combinado entre los mundos material y espiritual. No obstante, los expertos más puristas del hermetismo no consideran el *Kybalion* como uno de sus textos referenciales, sino más bien como una mera divulgación popular.

El gran referente de la filosofía hermética clásica es conocido como «Pymander» o «Poimandres», quien en nombre de la «Mente Universal» revela a Hermes Trismegisto los secretos del origen del Mundo y la evolución del mismo.

Exponente destacado del hermetismo fue el teólogo y astrónomo Giordano Bruno (1548/1600), continuador de la obra de Nicolás Copérnico (1473/1543). Completó y superó el modelo heliocéntrico de este último, siendo el primer pensador en exponer que el Sol era una estrella más del firmamento, y que debía haber otros sistemas planetarios alrededor de esos otros soles. También defendió la idea de que el Universo es estable y eterno, por lo que no cabe lugar para pensar en una «Creación» del mismo, o en un «Juicio Final». Estas manifestaciones, entre otras muchas, le llevaron ante el tribunal del Santo Oficio (Inquisición romana) y a morir abrasado en la hoguera.